การเปรียบเทียบพหุคูณ (Multiple comparison test) ด้วยวิธีของเชฟเฟ่ (Scheffe's method)

หลังจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนแล้ว ถ้าได้ผลการวิเคราะห์ว่า ปฏิเสธ H_0 (Reject H_0) ยอมรับ H_1 (Accept H_1) แสดงว่า มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 คู่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ยังไม่รู้ว่าเป็นคู่ใด ต้องทดสอบต่อไปด้วยการเปรียบเทียบพหุคูณ เช่น อาจใช้วิธีของเชฟเฟ่ ซึ่งคำนวณได้จากสูตร ดังนี้

$$CV_d = \sqrt{(k-1)(F_\alpha)(MS_W)(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j})}$$

เมื่อ k แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

F_α แทน ค่าวิกฤต F ที่ระดับนัยสำคัญ α ซึ่งเปิดจากตารางค่าวิกฤต F

MS_W แทน ความแปรปรวนภายในกลุ่ม ที่คำนวณไว้แล้วในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

n_i , n_j แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่นำมาเปรียบเทียบกัน

CV_d แทน ค่าที่ใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยแต่ละคู่ กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย 2 ค่า แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติก็ต่อเมื่อค่าเฉลี่ย 2 ค่านั้นมีค่าความแตกต่างมากกว่าหรือเท่ากับค่า CV_d

ตัวอย่าง จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนในการวิจัยครั้งหนึ่ง คำนวณค่า F ได้ 4.93 และได้ค่า $MS_W = 214$ จากกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ซึ่งมี $n_1 = 9$, $n_2 = 11$ และ $n_3 = 10$ โดยแต่ละกลุ่มมีค่าเฉลี่ย ดังนี้ $\bar{X}_1 = 58$, $\bar{X}_2 = 47$ และ $\bar{X}_3 = 69$

$df_1 = k-1 = 3-1 = 2$ $df_2 = N-k = (n_1+n_2+n_3)-k = (9+11+10)-3 = 27$

จากการเปิดตารางค่าวิกฤต F ที่ $df_1=2$ $df_2=27$ $\alpha=.05$ ได้ $F_{.05\,(2,\ 27)} = 3.35$

จะเห็นได้ว่า ค่า F ที่คำนวณได้ตามโจทย์ คือ F = 4.93 มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต F

จึงเป็นการปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1 ว่า อย่างน้อยต้องมีค่าเฉลี่ย 2 ค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงทดสอบต่อโดยใช้วิธีการของเชฟเฟ่ ทำการเปรียบเทียบทีละคู่

1) เปรียบเทียบผลต่างระหว่าง $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ กับค่า CV_d

$$CV_d = \sqrt{(k-1)(F_\alpha)(MS_W)(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}$$

$$= \sqrt{(3-1)(F_{.05})(214)(\frac{1}{9}+\frac{1}{11})}$$

$$= \sqrt{(2)(3.35)(214)(\frac{1}{9}+\frac{1}{11})}$$

$$= \sqrt{1433.8 \times (\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{11})} = \sqrt{1433.8 \times \tfrac{20}{99}} = \sqrt{289.657} = 17.02$$

เนื่องจาก $\bar{X}_1 = 58$, $\bar{X}_2 = 47$ ดังนั้น $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 58 - 47 = 11$ ซึ่งน้อยกว่าค่า CV_d ที่คำนวณได้ จึงสรุปผลอ้างอิงไปสู่ประชากรได้ว่า μ_1 และ μ_2 ไม่แตกต่างกัน

2) เปรียบเทียบผลต่างระหว่าง $\bar{X}_1$, $\bar{X}_3$ กับค่า CV_d

เนื่องจากการแทนค่าต่าง ๆ ในสูตร CV_d ของข้อ 2) เหมือนกับข้อ 1) มีที่ต่างกันเฉพาะค่า n เท่านั้น จึงนำบรรทัดสุดท้ายในการคำนวณค่า CV_d ของข้อ 1) มาใช้โดยเปลี่ยนเฉพาะค่า n ดังนี้

$$CV_d = \sqrt{1433.8 \times (\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{10})} = \sqrt{1433.8 \times \tfrac{19}{90}} = \sqrt{302.691} = 17.398$$

เนื่องจาก $\bar{X}_1 = 58$, $\bar{X}_3 = 69$ ดังนั้น $\bar{X}_3 - \bar{X}_1 = 69 - 58 = 11$ ซึ่งน้อยกว่าค่า CV_d ที่คำนวณได้ จึงสรุปผลอ้างอิงไปสู่ประชากรได้ว่า μ_1 และ μ_3 ไม่แตกต่างกัน

3) เปรียบเทียบผลต่างระหว่าง $\bar{X}_2$, $\bar{X}_3$ กับค่า CV_d

เนื่องจากการแทนค่าต่าง ๆ ในสูตร CV_d ของข้อ 3) เหมือนกับข้อ 1) มีที่ต่างกันเฉพาะค่า n เท่านั้น จึงนำบรรทัดสุดท้ายในการคำนวณค่า CV_d ของข้อ 1) มาใช้โดยเปลี่ยนเฉพาะค่า n ดังนี้

$$CV_d = \sqrt{1433.8 \times (\tfrac{1}{11}+\tfrac{1}{10})} = \sqrt{1433.8 \times \tfrac{21}{110}} = \sqrt{273.725} = 16.545$$

เนื่องจาก $\bar{X}_2 = 47$, $\bar{X}_3 = 69$ ดังนั้น $\bar{X}_3 - \bar{X}_2 = 69 - 47 = 22$ ซึ่งมากกว่าค่า CV_d ที่คำนวณได้ จึงสรุปผลอ้างอิงไปสู่ประชากรได้ว่า μ_2 และ μ_3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นำผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของแต่ละคู่มาเขียนสรุปลงในตารางได้ดังนี้

$\bar{X}$	$\bar{X}_1$ 58	$\bar{X}_2$ 47	$\bar{X}_3$ 69
$\bar{X}_1$ 58	-	11	11
$\bar{X}_2$ 47		-	22 *
$\bar{X}_3$ 69			-

ผลต่างระหว่าง $\bar{X}_3$, $\bar{X}_1$

สัญลักษณ์ที่แสดงว่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

* ที่ระดับ .05

** ที่ระดับ .01

ผลต่างระหว่าง $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$

ผลต่างระหว่าง $\bar{X}_3$, $\bar{X}_2$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่มข้างต้นนี้ สรุปอ้างอิงไปสู่กลุ่มประชากร ได้ว่า กลุ่มที่ 3 และกลุ่มที่ 2 มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วน กลุ่มที่ 1 กับกลุ่มที่ 2 และ กลุ่มที่ 1 กับกลุ่มที่ 3 มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างทุกกลุ่มมีขนาดเท่ากัน (มีค่า n เท่ากันทุกกลุ่ม) คำนวณค่า CV_d เพียงครั้งเดียวจากสูตร $CV_d = \sqrt{(k-1)(F_\alpha)(MS_W)(\frac{1}{n}+\frac{1}{n})}$

หรือ $CV_d = \sqrt{(k-1)(F_\alpha)(MS_W)(2/n)}$

แล้วนำผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทุกคู่ ไปเปรียบเทียบกับค่า CV_d เดียวกัน

หากสนใจการเปรียบเทียบพหุคูณวิธีอื่น ศึกษาเพิ่มเติมได้จากหนังสือสถิติเพื่อการวิจัยฯ เช่น

ชูศรี วงศ์รัตนะ. **เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย.** ฉบับปรับปรุงใหม่. นนทบุรี: บริษัทไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โปรเกรสซิฟ จำกัด, 2552.

บุญเรียง ขจรศิลป์. **สถิติวิจัย 1.** กรุงเทพฯ: พี เอ็น การพิมพ์, 2542.

________. **สถิติวิจัย 2.** กรุงเทพฯ: พี เอ็น การพิมพ์, 2542.

ที่มา : http://www.krupai.net/stat/stat.htm