การทดสอบสมมติฐานโดยใช้ t-test

1. การทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม (One-sample test for the mean)

การทดสอบนี้ใช้กับข้อมูลในมาตราอันตรภาคและมาตราอัตราส่วน โดยนำค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม ($\bar{X}$) ซึ่งสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นปกติไปเปรียบเทียบกับค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร (μ) หรือเปรียบเทียบกับ "เกณฑ์" ซึ่งผู้วิจัยตั้งขึ้นแทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร สถิติที่ใช้สำหรับการทดสอบนี้ได้แก่ การทดสอบค่าซี (Z-test) และการทดสอบค่าที (t-test)

1.1 ในกรณีที่ทราบค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มประชากร (σ)

ใช้ Z- test สูตร $Z = \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร หรือ เกณฑ์ที่ตั้งขึ้น

σ แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มประชากร

n แทนขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างได้รับการสุ่มมาจากกลุ่มประชากรที่มีการแจกแจงเป็นปกติ
2) ค่าของตัวแปรตามที่ได้มาแต่ละหน่วยเป็นอิสระต่อกัน
3) ทราบค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มประชากร

1.2 ในกรณีที่ไม่ทราบค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มประชากร ต้องพิจารณาถึงขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

1.2.1 ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (การวิจัยที่สามารถควบคุมตัวแปรเกินได้เป็นอย่างดีอาจถือว่า $n \geq 30$ เป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ **แต่การวิจัยในทางสังคมศาสตร์หรือทางการศึกษานั้น การควบคุมตัวแปรเกินต่าง ๆ ทำได้ค่อนข้างยาก จึงถือว่า กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่คือ $n \geq 100$**)

ใช้ Z- test สูตร $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร หรือ เกณฑ์ที่ตั้งขึ้น

S แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทนขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างได้รับการสุ่มมาจากกลุ่มประชากรที่มีการแจกแจงเป็นปกติ
2) ค่าของตัวแปรตามแต่ละหน่วยเป็นอิสระต่อกัน
3) ไม่ทราบค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มประชากร
4) กลุ่มตัวอย่างมีขนาดตั้งแต่ 100 ขึ้นไป

1.2.2 ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก (**$n < 100$** ถือเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กในการวิจัยทางสังคมศาสตร์หรือทางการศึกษา)

ใช้ t- test สูตร $t = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ โดยมี $df = n - 1$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร หรือ เกณฑ์ที่ตั้งขึ้น

S แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทนขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

df แทนชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom)

โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างได้รับการสุ่มมาจากกลุ่มประชากรที่มีการแจกแจงเป็นปกติ
2) ค่าของตัวแปรตามแต่ละหน่วยเป็นอิสระต่อกัน
3) ไม่ทราบค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มประชากร
4) กลุ่มตัวอย่างมีขนาดน้อยกว่า 100

การกำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ

ในการทดสอบสมมติฐานนั้น จะต้องมีการตัดสินใจว่า สมมติฐานที่เป็นกลางหรือสมมติฐานไร้นัยสำคัญ (H_0) ถูกหรือผิด ผลจากการตัดสินใจมี 2 อย่าง คือ

1) ยอมรับ H_0 (Accept H_0)

2) ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 (Reject H_0 Accept H_1)

ถ้าผลการทดสอบได้ว่า ปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นจริง เรียกว่าเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 (Type I error) ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 แทนด้วยสัญลักษณ์ α (อัลฟา) เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า "ระดับนัยสำคัญ" (Level of significance)

ถ้าผลการทดสอบได้ว่า ยอมรับ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 ไม่เป็นจริง เรียกว่าเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 2 (Type II error) ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 2 แทนด้วยสัญลักษณ์ β (เบต้า)

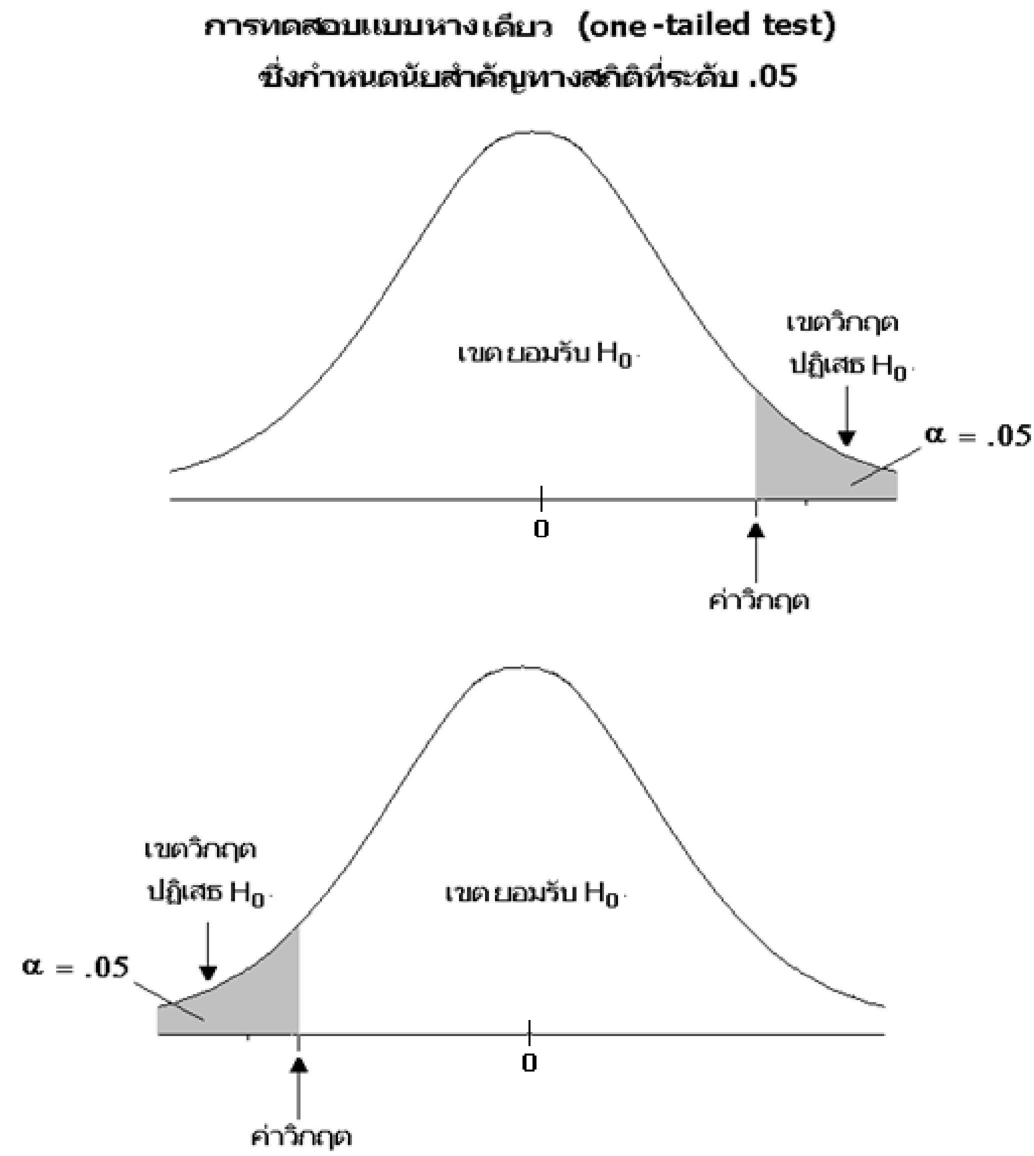
ตารางสรุปการเกิดความคลาดเคลื่อน

		สภาพของ H_0	
		H_0 เป็นจริง	H_0 ไม่เป็นจริง
การตัดสินใจ	ยอมรับ H_0	ตัดสินใจถูกต้อง $1-\alpha$	ความคลาดเคลื่อนแบบที่ 2 β
	ปฏิเสธ H_0	ความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 α	ตัดสินใจถูกต้อง $1-\beta$

ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 เรียกว่า ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (Level of significance of a test) ใช้สัญลักษณ์ α

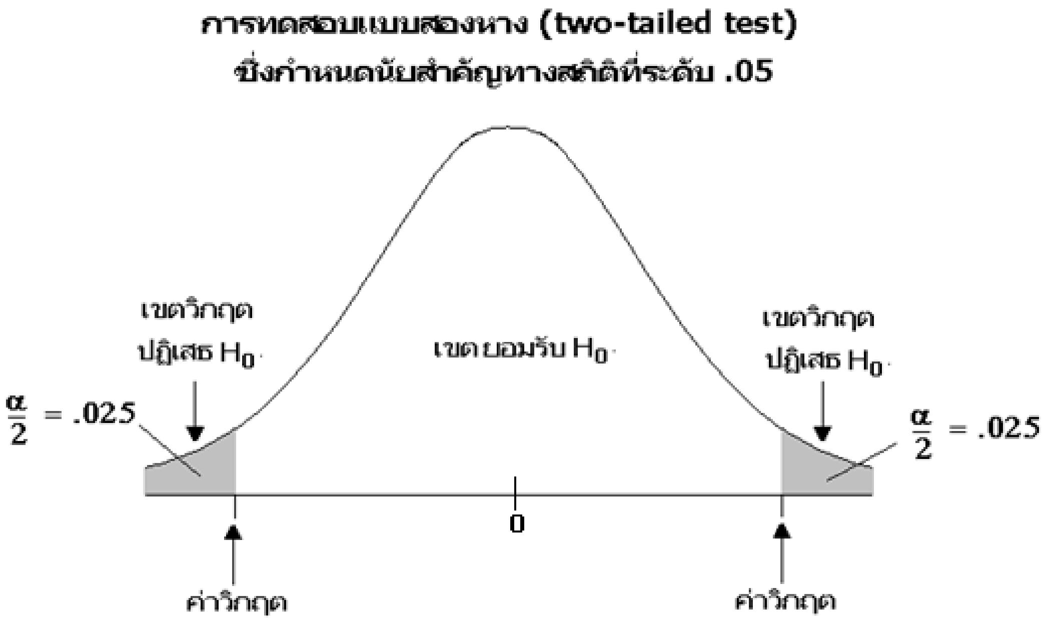
ในการวิจัยทางสังคมศาสตร์นิยมกำหนด $\alpha = .05$ และ $\alpha = .01$

ค่า α แสดงถึงพื้นที่หรือขอบเขตของความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เกิดขึ้น ซึ่งเรียกว่า เขตวิกฤต (Critical region) หรือ เขตปฏิเสธ (Rejection region) ดังรูป



ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต สรุปผลได้ว่า ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ไม่ตกอยู่ในเขตวิกฤต สรุปผลได้ว่า ยอมรับ H_0



ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตวิกฤต สรุปผลได้ว่า ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ไม่ตกอยู่ในเขตวิกฤต สรุปผลได้ว่า ยอมรับ H_0

ตัวอย่างการใช้ t-test ทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม

ต้องการศึกษาว่า การใช้วิธีการสอนแบบมุ่งประสบการณ์ทางภาษา ในการเรียนภาษาอังกฤษ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 240 คน จะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 60 หรือไม่ จึงได้ทดลองใช้วิธีการนั้นกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 คน ได้คะแนนทดสอบหลังเรียนจากคะแนนเต็ม 50 คะแนน ดังนี้

17	20	22	24	25	25	26	26	27	27
28	28	28	29	29	29	30	32	32	35
35	36	36	39	40	41	42	44	45	48

ขั้นตอนในการทดสอบ

1) ตั้ง H_0 และ H_1

ต้องการทราบว่า การใช้วิธีการสอนแบบมุ่งประสบการณ์ทางภาษาจะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษ **สูงกว่า** เกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 60 หรือไม่ เกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม 50 คะแนน คือ $\frac{60}{100} \times 50 = 30$ คะแนน จึงตั้ง H_0 และ H_1 ดังนี้

$$H_0 : \mu = \mu_0 = 30$$

$$H_1 : \mu > 30$$

2) กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ

$$\alpha = .05$$

3) ใช้ t-test เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก n = 30 (n < 100 ถือเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กในการวิจัยทางสังคมศาสตร์หรือทางการศึกษา)

สูตร $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ โดยมี df = n -1

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทนเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม 50 คิดเป็น 30

S แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทนขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

df แทนชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom)

หาค่าเฉลี่ย $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n}$

ΣX = ผลรวมคะแนนทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง = 945

n = ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง = 30

$$\bar{X} = \frac{945}{30} = 31.5$$

หาความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(X - \bar{x})^2}{n-1}}$$

	X	$\bar{X}$	$X - \bar{x}$	$(X - \bar{x})^2$
	17	31.5	-14.5	210.25
	20	31.5	-11.5	132.25
	22	31.5	-9.5	90.25
	24	31.5	-7.5	56.25
	25	31.5	-6.5	42.25
	25	31.5	-6.5	42.25
	26	31.5	-5.5	30.25
	26	31.5	-5.5	30.25
	27	31.5	-4.5	20.25
	27	31.5	-4.5	20.25
	28	31.5	-3.5	12.25
	28	31.5	-3.5	12.25
	28	31.5	-3.5	12.25
	29	31.5	-2.5	6.25
	29	31.5	-2.5	6.25
	29	31.5	-2.5	6.25
	30	31.5	-1.5	2.25
	32	31.5	0.5	0.25
	32	31.5	0.5	0.25
	35	31.5	3.5	12.25
	35	31.5	3.5	12.25
	36	31.5	4.5	20.25
	36	31.5	4.5	20.25
	39	31.5	7.5	56.25
	40	31.5	8.5	72.25
	41	31.5	9.5	90.25
	42	31.5	10.5	110.25
	44	31.5	12.5	156.25
	45	31.5	13.5	182.25
	48	31.5	16.5	272.25
Σ	**945**	**945**		**1737. 5**

$$S = \sqrt{\frac{1737.5}{29}} = 7.74$$

คำนวณค่า t โดยแทนค่าต่าง ๆ ในสูตร

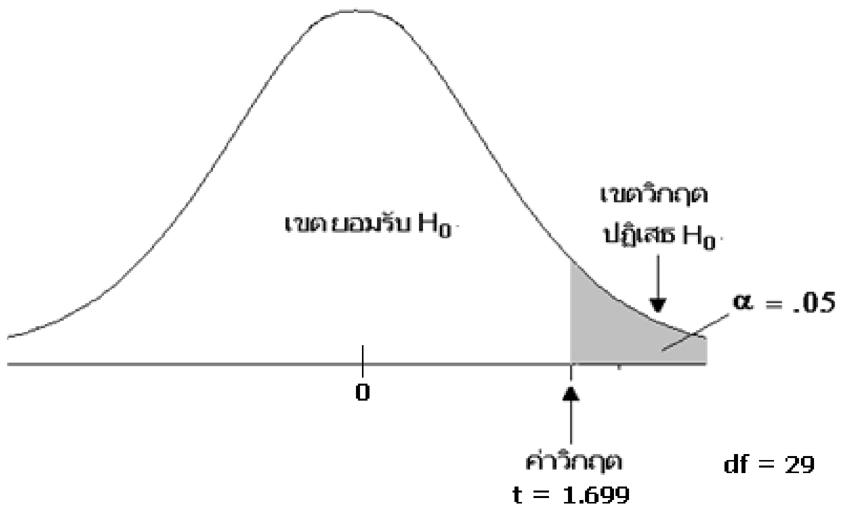
$$t = \frac{31.5-30}{\frac{7.74}{\sqrt{30}}} \qquad df = 29$$

$$t = 1.5 \div \frac{7.74}{\sqrt{30}}$$

$$t = 1.5 \times \frac{\sqrt{30}}{7.74}$$

$$t = 1.06 \qquad df = 29$$

4) เปิดตารางค่าวิกฤต t พบว่า ที่ $\alpha = .05$ การทดสอบแบบหางเดียว (one – tailed test) ซึ่ง df = 29 มีค่าวิกฤต t = 1.699



5) เปรียบเทียบค่า t ที่ได้จากการคำนวณกับค่าวิกฤต t ที่ได้จากตาราง

t = 1.06 < ค่าวิกฤต จึงอยู่ในเขตยอมรับ H_0

สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนภาษาอังกฤษจากการใช้วิธีการสอนแบบมุ่งประสบการณ์ทางภาษาของโรงเรียนแห่งนั้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษไม่สูงกว่า เกณฑ์ร้อยละ 60

หมายเหตุ

ถ้าค่า t ที่ได้จากการคำนวณมากกว่าค่าวิกฤต ก็เป็นการปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนภาษาอังกฤษจากการใช้วิธีการสอนแบบมุ่งประสบการณ์ทางภาษาของโรงเรียนแห่งนั้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ที่มา : http://www.krupai.net/stat/stat.htm